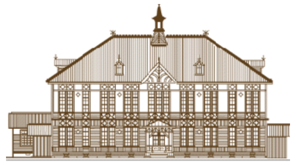
保型形式と志村多様体

Nara Women's University

自然科学系・数学領域　**岡崎　武生**　准教授　OKAZAkI Takeo　博士(理学)(大阪大学)



■研究キーワード　保型形式,代数多様体,整数論

■主な所属学会

■研究者総覧　https://koto10.nara-wu.ac.jp/profile/ja.d0e75f8711f6ad58520e17560c007669.html

研究者総覧

研究概要

有理数体上の代数群Gをアデール化という数論的操作で拡張した群G(A)上の連続関数を保型形式と呼ぶ．保型形式全体は無限次元ベクトル空間Sをなし G(A)の右作用によりG(A)の表現空間---保型表現空間---と見做せる．水分子が2Hと0に原子分解するように，Sは既約(保型)表現空間達に分解する．
各既約表現空間も無限次元ベクトル空間をなし，それぞれが複雑に絡み合っているが，L-関数という不変量---生物が遺伝子を備えているように---を備えている．生物が遺伝子によりその性質が決定するように，既約表現達も大雑把に言えばL-関数で特徴付けられ，いわばL-関数で見分ける事ができる．無限次元既約表現空間の中でL-関数の化身とも呼べる保型形式---新形式と呼ばれる---が唯一つ存在する事が，一般の代数群に対して期待されている．現在私は，特に代数群GSp(4)新形式理論の完成に取り組んでいる．

アピールポイント

代数多様体(代数方程式で定義される図形)と呼ばれる数学的にも物理学的にも重要な研究対象がある．例として，フェルマー最終定理の証明に用いられた楕円曲線や，物理学弦理論で特に研究されている3次元カラビ・ヤウ多様体が挙げられる．これらの代数多様体は，n次元ジーゲル上半空間($n(n+1)/2$次元複素多様体) $H= H_n$の適当な算術離散群Kによる商空間 H/K---志村多様体と呼ばれる---として 現れる事がしばしばあり，これは極めて重要な出来事である．特に有理数体上定義された楕円曲線：$y^2 = x^3 -x$などは全てH_1の商空間として現れる(志村-谷山予想(定理))事でフェルマー最終定理は示される．いくつかの3次元カラビ・ヤウ多様体はH_2の商空間として現れる事が知られている．
代数多様体Vは代数方程式により定義されるのに対し，志村多様体H/KはKにより定義されるという点が重要である．Vの裏の顔ともいうべき，V上の微分形式は然るべき代数群G上の保型形式とも解釈できる．n=1ならG=GL(2)，n=2ならG=GSp(4)といった具合．保型形式はG/K(A)上の関数とも見做せるので，V上の微分形式という抽象的な概念は，線形代数的・解析的な扱いが可能な具体的で扱い易い対象となる．例えば，フーリエ展開・係数計算ができ，3次元カラビ・ヤウ多様体の不変量の計算にも役立てられる．更に，VもL-関数を備えており,保型形式・表現のL-関数と一致する，という事が最も重要である．
　私は，特に代数群GSp(4)の新形式理論に取り組み,generic表現と呼ばれる最も代表的な既約表現と斎藤黒川表現という特徴的なものの新形式理論を構築した.これらの新形式は異なるタイプのKで不変となっている．新形式はL-関数の化身であるので，GSp(4)理論が完成した場合，志村多様体とそのL-関数は，Kのタイプにより特徴付けられ分類されると考えている．